



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA RURAL- PPGER

**SELEÇÃO PARA O DOUTORADO ACADÊMICO EM ECONOMIA RURAL  
TURMA 2020.1  
1ª ETAPA ELIMINATÓRIA EM 04 DE OUTUBRO DE 2019**

**INSTRUÇÕES**

- Leia atentamente as questões. A interpretação das questões faz parte da prova.
- As questões valem 2,5 pontos cada. Pontuação máxima igual a **DEZ (10,0)**.
- A cada candidato será entregue a prova e a **folha-resposta**, que deverá ser obrigatoriamente **identificada somente com o número de inscrição**, de forma legível e devolvida ao final junto com a prova.
- A prova é individual, não sendo permitida conversa entre os candidatos após o seu início.
- A folha-resposta terá que respondida com caneta esferográfica azul ou preta.
- Não será permitida utilização de calculadora, celulares ou qualquer outro aparelho eletrônico.
- Ao final da prova, o candidato não poderá levar consigo a prova e nem os respectivos rascunhos, toda documentação utilizada deverá ser entregue aos fiscais.
- **A realização da prova será de 08h00min as 12h00min**, o tempo disponível para fazer a prova, é de 4 (quatro) horas, improrrogáveis.
- Ao terminar a prova, **entregue ao fiscal este caderno, as folhas respostas e os rascunhos**.
- Os dois últimos candidatos ao entregarem a prova, devem deixar juntos o recinto da avaliação, após assinatura confirmando esse fato.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA RURAL- PPGER

**TEORIA ECONÔMICA**

1. Considere um modelo macroeconômico com a seguinte estrutura:

$$C = 50 + 0,8Yd$$

$$I = 10 - 0,25i + 0,13Y;$$

$$T = 0,1Y$$

$$G = 40$$

$$X = 100$$

$$M = 0,1Y$$

$$Md = 0,3Y - 0,1i$$

$$Ms = 200$$

Em que C – Consumo Agregado, T – Tributação, Y – Renda, Yd – renda disponível, G – Gastos do Governo, I – Investimento, X – Exportações, M – Importações, Md – Demanda por Moeda, i – taxa de juros, Ms – Oferta de moeda. Com base nesse modelo, calcule:

a) O valor da renda de equilíbrio.

**Curva IS:**

$$Y = 50 + 0,8(Y - 0,1Y) + (10 - 0,25i + 0,13Y) + 40 + 100 - 0,1Y$$

$$Y = 200 + 0,72Y + 0,13Y - 0,1Y - 0,25i$$

$$Y = 200 + 0,75Y - 0,25i$$

$$0,25i = 200 - 0,25Y$$

$$i = 800 - Y$$

**Curva LM**

$$0,3Y - 0,1i = 200$$

$$0,1i = -200 + 0,3Y$$

$$i = -2000 + 3Y$$

**Renda de equilíbrio:**

$$800 - Y = -2000 + 3Y$$

$$Y = 700$$

b) O Saldo comercial.

$$S = X - M$$

$$S = 100 - 0,1Y$$

$$S = 100 - 0,1(700)$$

$$S = 30$$

c) O total arrecadado via tributação.

$$T = 0,1Y$$

$$T = 0,1(700)$$

$$T = 70$$



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA RURAL- PPGER

d) O multiplicador de gastos autônomos.

Temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 0,25i + 0,25Y = 200 & IS \\ -i + 3Y = 2000 & LM \end{cases}$$

Analisando, coeteris paribus, uma mudança em G, temos o seguinte resultado diferenciando o sistema:

$$\begin{cases} di + dY = 4dG \\ -di + 3dY = 0 \end{cases}$$

$$dY = 4dG$$

$$\frac{dY}{dG} = 1$$

2. Seja uma função de produção igual a  $Y = AX_1^\alpha X_2^\beta$ . Encontre as quantidades ótimas dos insumos  $X_1$  e  $X_2$  que minimiza os custos da firma. Encontre a função custo da firma.

**Demandas condicionais:**

$$x_1(w_1, w_2, Y) = \left[ YA^{-1} \left( \frac{\alpha w_2}{\beta w_1} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

$$x_2(w_1, w_2, Y) = \left[ YA^{-1} \left( \frac{\beta w_1}{\alpha w_2} \right)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

**Função Custo:**

$$c(w_1, w_2, Y) = w_1 x_1(w_1, w_2, Y) + w_2 x_2(w_1, w_2, Y)$$

$$= w_1 \left[ YA^{-1} \left( \frac{\alpha w_2}{\beta w_1} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}} + w_2 \left[ YA^{-1} \left( \frac{\beta w_1}{\alpha w_2} \right)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA RURAL- PPGER

## MÉTODOS QUANTITATIVOS

1. Considere duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ . Demostre que:

- Se  $Y = a + bX$ , então:  $Var(Y) = b^2Var(X)$
- $Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X, Y)$
- $Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$  se  $X$  e  $Y$  são independentes.

a. Aplicando o conceito de variância:

$$Var(Y) = Var(a + bX) = \mathbb{E}[(a + bX) - \mathbb{E}(a + bX)]^2$$

Uma vez que:  $\mathbb{E}(a + bX) = a + b\mathbb{E}(X)$ , temos que:

$$Var(Y) = \mathbb{E}[bX - b\mathbb{E}(X)]^2$$

$$Var(Y) = b^2\mathbb{E}[X - \mathbb{E}(X)]^2$$

Considerando que:  $Var(X) = \mathbb{E}[X - \mathbb{E}(X)]^2$

$$Var(Y) = b^2Var(X)$$

b. Aplicando o conceito de variância sobre a soma das duas v.a.

$$\begin{aligned} Var(X + Y) &= \mathbb{E}[(X + Y) - \mathbb{E}(X + Y)]^2 = \mathbb{E}[X + Y - \mathbb{E}(X) - \mathbb{E}(Y)]^2 \\ &= \mathbb{E}[X - \mathbb{E}(X) + Y - \mathbb{E}(Y)]^2 \\ &= \mathbb{E}[X - \mathbb{E}(X)]^2 + 2\mathbb{E}[X - \mathbb{E}(X)][Y - \mathbb{E}(Y)] + \mathbb{E}[Y - \mathbb{E}(Y)]^2 \end{aligned}$$

Uma vez que:

$$Var(X) = \mathbb{E}[X - \mathbb{E}(X)]^2$$

$$Var(Y) = \mathbb{E}[Y - \mathbb{E}(Y)]^2$$

$$Cov(X, Y) = \mathbb{E}[X - \mathbb{E}(X)][Y - \mathbb{E}(Y)]$$

Temos que:

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X, Y)$$



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA RURAL- PPGER

- c. Utilizando o conceito de covariância

$$\begin{aligned}Cov(X, Y) &= \mathbb{E}[X - \mathbb{E}(X)][Y - \mathbb{E}(Y)] \\&= \mathbb{E}[XY - X\mathbb{E}(Y) - \mathbb{E}(X)Y + \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)] \\Cov(X, Y) &= \mathbb{E}[XY] - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)\end{aligned}$$

Se  $X$  e  $Y$  são independentes, então:  $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$ , e  $Cov(X, Y) = 0$ .

Isso implica que:

$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$  se  $X$  e  $Y$  são independentes.

2. Considere que o Economista Rural tenha que estimar uma função de produção agrícola que forma:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_1 \quad (1)$$

Onde:  $Y_i$  é a produção agropecuária;  $X_{2i}$  e  $X_{3i}$  são as variáveis explicativas e  $\beta_1, \beta_2$ , e  $\beta_3$  são os parâmetros a serem estimados. No entanto, o pesquisador descobre que existe uma relação linear entre  $\beta_2$ , e  $\beta_3$  dada por  $\beta_2 + \beta_3 = 1$ . De forma que o modelo será dado por:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + (1 - \beta_2) X_{3i} + \varepsilon_1 \quad (2).$$

Diante dessas informações responda:

- a. Apresente o problema do Economista Rural para estimar o modelo (2), utilizando a informação de que existe uma restrição linear.

O Problema do Economista Rural, trata-se de estimar um modelo de regressão múltipla com restrição linear. De forma geral, tem-se:

$$\text{Min } e'e \quad \text{sujeito a } Rb = r.$$

Onde o modelo Geral é dado por  $Y = X\beta + \varepsilon$ .



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA RURAL- PPGER

Para problemas de otimização com restrição utilizaremos o método de otimização de Lagrange.

$$L = (Y - Xb)' (Y - Xb) - \lambda(Rb - r)$$

b. Desenvolva de forma generalizada e encontre o estimador.

Fazendo as condições de primeira ordem do item anterior, encontra-se o estimador dado por:

$$b = (X'X)^{-1}X'Y + (X'X)^{-1}R[R((X'X)^{-1}R)](r - R\beta)$$

Sendo  $\beta = (X'X)^{-1}X'Y$

c. Mostre a ausência de viés do estimador.

A ausência de viés do estimador é dado por:

$$E(b) = \beta$$