



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA RURAL- PPGER

**SELEÇÃO PARA O DOUTORADO ACADÊMICO EM ECONOMIA RURAL -
TURMA 2024.1**

1ª ETAPA ELIMINATÓRIA EM 08 DE NOVEMBRO DE 2023

INSTRUÇÕES:

- Leia atentamente as questões. A interpretação das questões faz parte da prova.
- As questões valem 2,5 pontos cada. Pontuação máxima igual a DEZ (10,0).
- A cada candidato será entregue a prova e a folha-resposta, que deverá ser obrigatoriamente **identificada somente com o número de inscrição**, de forma legível e devolvida ao final junto com a prova.
- A prova é individual, não sendo permitida conversa entre os candidatos após o seu início.
- A folha-resposta terá que respondida com caneta esferográfica azul ou preta.
- Não será permitida utilização de calculadora, celulares ou qualquer outro aparelho eletrônico.
- Ao final da prova, o candidato não poderá levar consigo a prova e nem os respectivos rascunhos, toda documentação utilizada deverá ser entregue aos fiscais.
- A realização da prova será das 8:30h às 11:30h.
- Ao terminar a prova, entregue ao fiscal este caderno, as folhas respostas e os rascunhos.
- Os dois últimos candidatos ao entregarem a prova, devem deixar juntos o recinto da avaliação, após assinatura confirmando esse fato.

TEORIA ECONÔMICA

QUESTÃO 1: Dada uma função de produção igual a $Y = [X_1^\rho + X_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$, encontre:

- As expressões para a produtividade marginal dos insumos X_1 e X_2 (1 PONTO)
- A expressão da Taxa marginal de substituição técnica de X_2 por X_1 (0,5 PONTO)
- A expressão da elasticidade de substituição (0,5 PONTO)
- Para que valor de ρ a função de produção torna-se uma Cobb Douglas? (0,5 PONTO)

a) $PMgX1 = \frac{\partial Y}{\partial X1} = X_1^{\rho-1} (X_1^\rho + X_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}-1}$ e $PMgX2 = \frac{\partial Y}{\partial X2} = X_2^{\rho-1} (X_1^\rho + X_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}-1}$

b) $TMST = -\left(\frac{X1}{X2}\right)^{\rho-1}$

c) $\sigma = \frac{\partial \ln \left(\frac{X2}{X1}\right)}{\partial \ln (TMST)} = \frac{1}{1-\rho}$

d) $\rho = 0$

QUESTÃO 2: Considere a decisão de um consumidor com respeito ao consumo dos bens 1 e 2. A função de utilidade deste consumidor é dada por $U(X_1, X_2) = X_1^\alpha X_2^{1-\alpha}$. Agora, responda os seguintes itens:

- Resolva o problema do consumidor obtendo as funções de demanda marshalliana para os produtos 1 e 2 (1 PONTO).
- De que forma as demandas marshallianas, por estes produtos, respondem a mudanças na renda e nos preços dos bens? (0,5 PONTO).
- Demonstre que as funções de demanda marshalliana atendem as propriedades de homogeneidade de grau zero e a Lei de Walras (0,5 PONTO).
- Neste problema, os bens 1 e 2, obtidas no item a), podem ser considerados substitutos? Justifique sua resposta (0,5 PONTO).

a) $X1 = \frac{\alpha R}{P1}$ e $X2 = \frac{(1-\alpha)R}{P2}$

b) Para $X1$, temos: $\frac{\partial X1}{\partial R} = \frac{\alpha}{P1}$; $\frac{\partial X1}{\partial P1} = \frac{-\alpha R}{P1^2}$; $\frac{\partial X1}{\partial P2} = 0$

Para $X2$, temos: $\frac{\partial X2}{\partial R} = \frac{(1-\alpha)}{P2}$; $\frac{\partial X2}{\partial P1} = 0$; $\frac{\partial X2}{\partial P2} = \frac{-(1-\alpha)R}{P2^2}$

c) Seja $T > 0$, temos: $X1 = \frac{\alpha TR}{TP1} = \frac{\alpha R}{P1}$ e $X2 = \frac{(1-\alpha)TR}{TP2} = \frac{(1-\alpha)R}{P2}$. Logo são homogêneas de grau zero.

Pela Lei de Walras, temos: $\sum_{i=1}^n P_i \cdot X_i = R$. Assim, $P_1 \cdot \frac{\alpha R}{P_1} + P_2 \cdot \frac{(1-\alpha)R}{P_2} = R$. Logo, atende a Lei de Walras.

d) Como $\frac{\partial X_1}{\partial P_2} = 0$ e $\frac{\partial X_2}{\partial P_1} = 0$, temos que X_1 e X_2 são independentes.

MÉTODOS QUANTITATIVOS

QUESTÃO 1: Suponha que o Ministério da Agricultura contrate uma consultoria para mensurar o efeito do gasto público com o Programa Nacional de Fortalecimento da Agricultura Familiar (PRONAF) sobre a renda dos produtores rurais beneficiados. A consultoria propõe o seguinte modelo:

$$\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln PRONAF_t + u_t$$

Nesse modelo, $\ln Y_t$ e $\ln PRONAF_t$ são, respectivamente, o logaritmo da renda dos produtores rurais beneficiados e do gasto público com o PRONAF no período t ; β_1 e β_2 são os coeficientes da regressão; e u_t é o termo de erro aleatório.

Admitindo que a transformação logarítmica é estacionária para todas as variáveis da equação, comente as afirmativas abaixo, verificando se estas são FALSAS ou VERDADEIRAS.

a) A renda do produtor rural beneficiado aumenta R\$1,00 quando $\beta_2 = 1$; (0,5 PONTO)
FALSO.

Nessa aplicação β_2 representa uma medida de elasticidade da renda dos produtores beneficiados em relação ao gasto público com o PRONAF.

No caso de $\beta_2 = 1$, temos que para cada 1% de aumento no gasto público com o PRONAF, espera-se 1% de aumento na renda dos produtores beneficiados.

b) β_1 é o nível médio de gasto com o PRONAF; (0,5 PONTO)

FALSO.

Nessa aplicação, β_1 representa o intercepto (também em escala logarítmica). Assim, poderia representar um nível médio da renda dos produtores rurais (também em escala logarítmica).

c) A variação percentual da renda do produtor rural beneficiado pelo PRONAF será maior do que a variação percentual do gasto com o PRONAF, se $\beta_2 < 1$; (0,5 PONTO)

FALSO.

Como apresentado no item a), β_2 representa uma medida de elasticidade da renda dos produtores beneficiados em relação ao gasto público com o PRONAF. Um coeficiente $\beta_2 < 1$ indicaria que a renda dos produtores beneficiados é inelástica em relação ao gasto público com o PRONAF. Em outras palavras, isso representa uma situação em que a variação percentual da renda do produtor rural beneficiado pelo PRONAF será MENOR do que a variação percentual do gasto com o PRONAF.

- d) A renda dos produtores rurais beneficiados menos que 1% quando o gasto público com o PRONAF aumenta em 1%, se $\beta_1 < 1$; (0,5 PONTO)

FALSO.

A medida de sensibilidade da renda dos produtores beneficiados em relação ao gasto público com o PRONAF seria dada pela estimativa de β_2 , e não de β_1 .

- e) B2 representa a elasticidade gasto público com o PRONAF da renda dos produtores rurais beneficiados. (0,5 PONTO)

VERDADEIRO.

O modelo apresentado no enunciado desta questão é um modelo log-linear ou log-log, em que β_2 mede a elasticidade da variável dependente (renda dos produtores rurais beneficiados) em relação ao preditor (gasto público com o PRONAF).

QUESTÃO 2: Um economista está estimando um modelo de crescimento do PIB para o estado do Ceará. Na estimação do modelo, este economista utiliza, como variável dependente, uma proxy de crescimento econômico, o Índice de Atividade Econômica do estado (IAE). Como variáveis explicativas, o modelo considera os gastos com investimento do setor público (InvPu) e do setor privado (InvPri) no estado. O modelo foi especificado com uma transformação logarítmica e estimado com o emprego do Método de Mínimos Quadrados Ordinários. O quadro abaixo apresenta as estimativas obtidas.

Variável dependente: Ln IAE	
Variáveis Explicativas	Coefficientes estimados (erro-padrão estimado)
Ln InvPu	0.8667* (0.3214)
Ln InvPri	0.2370** (0.1205)
Número de observações	68
R2	0.7948
R2 ajustado	0.7845
Estatística F	125.92*

Nota: *p<0.01 **p<0.05.

Com base nestas informações, responda:

- a) Interprete os coeficientes estimados, assim como sua significância estatística (1 PONTO).

O coeficiente estimado para a variável “gastos com investimento do setor público” (em logaritmo natural), foi estimado em 0.8667. O resultado do modelo mostra que a estimativa é estatisticamente significativa ao nível de significância de 1%.

Este coeficiente representa uma medida de “elasticidade gasto com investimento público do crescimento econômico”. Mostra que para cada 1% de aumento no gasto com investimento do setor público, espera-se um crescimento econômico da ordem de 0,86%. Sendo, sendo o crescimento econômico no Ceará, portanto, inelástico em relação à variável “gastos com investimento do setor público”.

Por sua vez, o coeficiente estimado para a variável “gastos com investimento do setor privado” (em logaritmo natural), foi estimado em 0,2370. O resultado do modelo mostra que a estimativa é estatisticamente significativa ao nível de significância de 5%.

Este coeficiente também representa uma medida de elasticidade, no caso uma “elasticidade gasto com investimento privado do crescimento econômico”. O valor estimado mostra uma evidência que, para cada 1% de aumento no gasto com investimento do setor privado, espera-se um crescimento econômico da ordem de 0,2370%. Sendo, sendo o crescimento econômico no Ceará, portanto, inelástico em relação à variável “gastos com investimento do setor privado”.

- b) Interprete o coeficiente de determinação (R^2) e o coeficiente de determinação ajustado. O que explica a diferença entre eles? (1 PONTO)

No caso de um modelo de regressão simples, o coeficiente de determinação (R^2) é uma medida de qualidade do ajustamento da linha de regressão aos dados.

Essa estatística é dada por:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum \hat{u}^2}{\sum y_i^2}$$

Mesmo em modelos de regressão múltipla, como é o caso, pois temos duas variáveis explicativas, é uma estatística comumente reportada nos resultados de vários pacotes computacionais.

No presente modelo, o valor de $R^2 = 0,7948$ sugere que as variáveis explicativas explicam cerca de 79,5% da variação na medida de crescimento econômico. Trata-se de um valor relativamente elevado, considerando que o valor máximo de R^2 é um.

O R^2 , no entanto, possui a propriedade de ser uma função não decrescente em relação ao número de variáveis explicativas no modelo. Ou seja, à medida que o número de variáveis explicativas aumenta, R^2 invariavelmente aumenta e nunca diminui.

Isso pode prejudicar a análise comparativa entre modelos de regressão com uma mesma variável dependente, mas com números diferentes de variáveis independentes. Nestes casos, poderíamos ser induzidos a escolher modelos com mais variáveis, mesmo que isso não represente uma melhora real no ajuste do modelo aos dados.

Para corrigir isso, adota-se a medida de R^2 ajustado, dada por:

$$R_{ajust}^2 = 1 - \frac{\sum \hat{u}^2 / (n - k)}{\sum y_i^2 / (n - 1)}$$

Em que k é o número de parâmetros do modelo (incluindo o intercepto).

A relação entre as medidas de R^2 e R_{ajust}^2 é dada por:

$$R_{ajust}^2 = (1 - n/k)R^2$$

O que justifica a diferença entre eles.

Quanto a interpretação, o R_{ajust}^2 possui interpretação de que 78,45% da variação da variável dependente (IAE) é explicado pelas variáveis de investimento público e privado, respectivamente.

- c) Considerando que o modelo estimado é uma forma de especificar uma função do tipo Cobb-Douglas, em que a atividade econômica, dada por IAE, é função das variáveis InvPu e InvPri, pode se dizer que os investimentos apresentam que tipo de retorno de escala? Justifique sua resposta. (0,5 PONTO)

No caso de uma função do tipo Cobb-Douglas, a soma ($\beta_1 + \beta_2$) apresenta uma informação a respeito dos retornos de escala.

Se a soma for igual a 1, temos uma evidência de retornos de escala. Se ela for menor do que 1, temos retornos decrescentes de escala. Se ela for maior do que 1, temos retornos crescentes de escala.

Com a informação a respeito dos coeficientes estimados temos que ($\beta_1 + \beta_2 = 0,8667 + 0,2370 = 1,1037$). Em termos absolutos, o valor é maior do que 1, indicando retornos crescentes a escala. O seja, os investimentos público e privado, juntos, se aumentar 1% proporciona um aumento do IAE em 1,1037%.