UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA RURAL- PPGER

SELEÇÃO PARA O DOUTORADO ACADÊMICO EM ECONOMIA RURAL - TURMA 2026.1

1ª ETAPA ELIMINATÓRIA EM 10 DE NOVEMBRO DE 2025

INSTRUÇÕES:

- Leia atentamente as questões. A interpretação das questões faz parte da prova.

- As questões valem 2,5 pontos cada. Pontuação máxima igual a DEZ (10,0).

- A cada candidato será entregue a prova e a folha-resposta, que deverá ser obrigatoriamente **identificada somente com o número de inscrição**, de forma legível e devolvida ao final junto com a prova.

- A prova é individual, não sendo permitida conversa entre os candidatos após o seu início.

- A folha-resposta terá que respondida com caneta esferográfica azul ou preta.

- Não será permitida utilização de calculadora, celulares ou qualquer outro aparelho eletrônico.

- Ao final da prova, o candidato não poderá levar consigo a prova e nem os respectivos rascunhos, toda documentação utilizada deverá ser entregue aos fiscais.

- A realização da prova será das 8:30h às 11:30h.

- Ao terminar a prova, entregue ao fiscal este caderno, as folhas respostas e os rascunhos.

- Os dois últimos candidatos ao entregarem a prova, devem deixar juntos o recinto da avaliação, após assinatura confirmando esse fato.

TEORIA ECONÔMICA

QUESTÃO 1: Seja uma função de produção igual a $Y = AX_1^{\alpha}X_2^{\beta}$.

a) Encontre as quantidades ótimas dos insumos X_1 e X_2 que minimiza os custos da firma. (0,5 PONTOS)
b) Encontre a função custo da firma (0,5 PONTOS)
c) Mostre que a função custo é homogênea de grau 1 em relação ao preço dos insumos (0,5 PONTOS)
d) Mostre que a função custo é crescente em relação ao preço dos insumos (0,5 PONTOS)
e) Demonstre o Lema de Shephard (0,5 PONTOS).

a) $x_1(w_1, w_2, y) = A^{-\frac{1}{a+b}}\left[\frac{aw_2}{bw_1}\right]^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$ $x_2(w_1, w_2, y) = A^{-\frac{1}{a+b}}\left[\frac{aw_2}{bw_1}\right]^{-\frac{a}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}.$

b) $c(w_1, w_2, y) = Kw_1^a w_2^{1-a} y$
$K = a^{-a}(1-a)^{a-1}.$

c) Para T>0, temos c(TW,Y)=Tc(W,Y)

d) Se W'≥W, então c(W',Y)≥c(W,Y)

e) Se a função custo é diferenciável em (W,Y) e Wi>0 para i=1,…,n então:

$$Xi(W,Y) = \frac{\partial c(W,Y)}{\partial W}$$

QUESTÃO 2: Considere a decisão de um consumidor com respeito ao consumo dos bens 1 e 2. A função de utilidade deste consumidor é dada por $U(X_1, X_2) = X_1^{\alpha}X_2^{1-\alpha}$. Agora, responda os seguintes itens:

a) Resolva o problema do consumidor obtendo as funções de demanda marshalliana para os produtos 1 e 2 (0,5 PONTOS).
b) Demonstre que as funções de demanda marshalliana atendem as propriedades de homogeneidade de grau zero e a Lei de Walras (0,5 PONTOS).
c) Encontre a demanda hicksiana (1 PONTO)
d) Demonstre a Identidade de Roy (0,5 PONTOS)

a) $X1 = \frac{\alpha R}{P1}$ e $X2 = \frac{(1-\alpha)R}{P2}$

b) Seja T>0, temos: $X1 = \frac{\alpha TR}{TP1} = \frac{\alpha R}{P1}$ e $X2 = \frac{(1-\alpha)TR}{TP2} = \frac{(1-\alpha)R}{P2}$. Logo são homogêneas de grau zero.

Pela Lei de Walras, temos: $\sum_{i=1}^{n} Pi.Xi = R$. Assim, $P1.\frac{\alpha R}{P1} + P2.\frac{(1-\alpha)R}{P2} = R$. Logo, atende a Lei de Walras.

c) Para X1, temos: $h(p1, p2, R) = (\frac{\alpha P2}{(1-\alpha)P1})^{1-\alpha}$;

Para X2, temos: $h(p1, p2, R) = (\frac{(1-\alpha)P1}{\alpha P2})^{\alpha}$;

d) Se X(P,R) é uma função demmanda marshaliana, então:

$xi(P, R) = -\frac{\frac{\partial v(P,R)}{\partial Pi}}{\frac{\partial v(P,R)}{\partial R}}\ para\ i = 1, \dots, k$

MÉTODOS QUANTITATIVOS

QUESTÃO 1: Considere o Modelo Linear Geral e utilize-o como base para apresentar:

a) O β estimado (0,5 PONTOS)

b) Esperança e Variância do estimador (0,5 PONTOS)

c) Mostre que o estimador do item a) é o melhor dentro da classe de estimadores lineares e não tendenciosos. (0,5 PONTOS)

d) Mostre que, na existência de uma combinação linear perfeita entre variáveis explicativas do modelo, o β estimado é estatisticamente insignificante (1 PONTO)

a) $\beta = (X'X)^{-1}X'Y$

b) $E(\beta) = \beta \qquad V(\beta) = \delta^2(X'X)^{-1}$

c) Teorema Gauss-Markov. Sob a hipótese da veracidade de alguns pressupostos, os estimadores obtidos pelo método de mínimos quadrados ordinários serão os Melhores Estimadores Lineares Não Viesados (MELNV, ou BLUE - Best Linear Unbiased Estimator). Ou seja:

$$E(\beta) = \beta \quad Não\ Tendencioso$$

$$V(\beta) < V(\beta')\ estimador\ mais\ eficiente\ do\ que\ \beta'$$

d)A existência de uma combinação linear perfeita entre as variáveis explicativas do modelo ocasiona na violação do pressuposto de que as variáveis independentes não podem serem relacionadas (multicolinearidade). Assim, com a existência de uma colinearidade exata entre duas ou mais variáveis independentes torna impossível a obtenção dos coeficientes dos parâmetros por MQO. Os β estimados são estatisticamente insignificantes, dado que a matriz de dados não poderá ser invertida (determinante da matriz igual a zero).

QUESTÃO 2: Dentre as violações dos pressupostos do MQO, tem-se a heterocedasticidade. Responda:

a) O que é heterocedasticidade? (0,5 PONTOS)
b) O que ocorre com o β estimado na presença de heterocedasticidade? (1 PONTO)
c) Quais os métodos para se detectar a presença de heterocedasticidade? (0,5 PONTOS)
d) Quais as formas de se corrigir o problema de heterocedasticidade? (0,5 PONTOS)

a) É quando a variância dos erros, condicionada as variáveis explicativas, não é mais uma constante, e sim, será diferente para cada valor condicional de Xji.
$Var(ei\ /X1i, X2i, \dots, Xki) = \sigma^2\ i$

b) Ineficiência do estimador: Na presenção de heterocedasticidade nos erros, os estimadores de MQO continuam sendo não viesados e consistentes, mas deixam de ser eficientes (ou seja, não possuem mais variância mínima). Em outras palavras, seja b o estimador de MQO, então existe outro estimador b* tal que:

$$V(b^*) < V(b)$$

c) Existem dois tipos de como detector a presença de heterocedasticidade: a primeira, através de uma análise gráfica entre $\theta^2\ e\ Xij$. A Segunda, através de testes estatísticos (Teste Goldfeld- Quandt, Teste de Breusch Pagan e teste de White)

d) Estimação pelo Método de Mínimos Quadrados Ponderados , Mínimos Quadrados generalizados, Estimadores de Variância Robusta a Heterocedasticidade - White